# Zum Tragverhalten von Stahlbetontragwerken unter auflagernahen Einzellasten

von Prof. Dr.-Ing. Richard Rojek

#### 1. Allgemeines

Bei auflagernahen Einzellasten können sich die Spannungszustände des Endstörbereichs (D<sub>e</sub>-Bereich), vgl. [1], und des Störbereichs der Lasteinleitung (D<sub>i</sub>-Bereich), vgl. [2] und [3], nicht unabhängig von einander ausbilden, sondern sind auf Grund der räumlichen Nähe miteinander verknüpft. In diesem Fall bildet sich ein großräumiger Diskontinuitäts- oder Störbereich (D-Bereich) aus, in dem der gesamte Spannungszustand zwischen der Lasteinleitungsstelle und dem Auflager von der Biegetheorie abweicht. Es können sich Sprengwerke bilden (vgl. *Bild 1*), die als solche in den Stegbereichen Druckstreben erzeugen und daher auf den ersten Blick für Beton teilweise erheblich günstigere Beanspruchungen ergeben können als Spannungszustände nach der Biegetheorie.

Um den besonderen Charakter solcher interaktiven Bereiche zu unterstreichen, werden sie im Folgenden **D**<sub>e-i</sub>-**Bereiche** genannt. Diese D-Bereiche können erheblich größere Ausdehnungen erreichen als den bisher für D-Bereiche allgemein angenommenen Wert von  $\lambda_D \approx d$ .



Bild 1: Sprengwerk

Führt man nun für ein solches System, wie es im *Bild 1* dargestellt ist, eine Berechnung mit der Finite-Element-Methode durch, so sieht man am Ergebnis (*Bild 2*), dass sich in Wirklichkeit gar nicht die sprengwerkstypischen direkten Druckstreben von den Krafteinleitungspunkten zu den Auflagern einstellen. Die Druckstreben sind zwar deutlich ausgeprägt, verlaufen aber nicht geradlinig, sondern gekrümmt. Die aus dieser Krümmung resultierenden Umlenkkräfte erzeugen ein gleichfalls sehr deutlich ausgeprägtes Zuggewölbe, das zwischen den beiden eingeleiteten Lasten ein randparalleles Verbindungsstück aufweist. Die nahe liegende Annahme, dass sich bei auflagernahen Einzellasten direkte Druckstreben ausbilden und im Stegbereich nur - für den Beton günstige - Druckspannungen entstehen, wird dadurch widerlegt. Die Krümmung der Druckstreben belegt, dass die Zugspannungen nicht nur in Folge der Querkontraktion entstehen.



Bild 2: FE-Berechnung des Systems von Bild 1

Es muss daher auch bei auflagernahen Lasten damit gerechnet werden, dass der Beton im Stegbereich versagt, weil die Zugspannungen des Zustands I die Betonzugfestigkeit erreichen. Natürlich weicht die Größe dieser Zugspannungen im vorliegenden Fall - bei gleicher Querkraft - ab von denjenigen in Biegebereichen, vgl. [4] bis [7], oder auch in D<sub>e</sub>-Bereichen, vgl. [1]. Aus Versuchen ist allgemein bekannt, dass bei auflagernahen Einzellasten größere Bruchlasten erreicht werden als in anderen Fällen. So darf in Deutschland nach der aktuellen DIN 1045-1 [8] der Anteil der Querkraft einer im Abstand a  $\leq 2,5 \cdot d$  vom Auflagerrand wirkenden Einzellast bei direkter Auflagerung für Nachweise der Zugbeanspruchung des Steges im Verhältnis a / (2,5 \cdot d) abgemindert werden.

Daraus könnte zunächst gefolgert werden, dass eine Wechselwirkung von  $D_{e^-}$  und  $D_{i^-}$ Bereichen nur zu erwarten ist, wenn die Einzellast höchstens 2,5 · d vom Auflagerrand entfernt eingeleitet wird. Dies trifft jedoch bei Weitem nicht zu. Diese Feststellung stellt jedoch keinen Widerspruch zur Regelung der DIN 1045-1 dar, da diese ja nur einen Bemessungsbonus anbietet, dessen geometrische Grundlage auf der sicheren Seite liegend begrenzt wurde. Die Regel ist in dieser Form für die Anwendung in der Praxis somit sicher sinnvoll, so lange die Zusammenhänge nicht weiter gehend erforscht sind.

Eine besondere Bedeutung erhält das Phänomen allerdings durch den Umstand, dass sich in zahlreichen Versuchen die Spannungszustände der  $D_{e^-}$  und  $D_i$ -Bereiche gegenseitig beeinflussen, dies jedoch bei den Versuchsauswertungen bislang nicht berücksichtigt wurde. Die im *Bild 3* für einen Balken mit Einzellasten bei  $a = 3 \cdot z$  dargestellte Hauptspannungsverteilung weicht zwischen Auflager und Einzellast sehr deutlich ab vom Auflagerbereich des im *Bild 4* dargestellten Trägers mit gleichen Abmessungen und einer Einzellast in Feldmitte. (*Anmerkung:* Bei dem im *Bild 3* dargestellten System wurden auf der rechten Seite horizontal starre, vertikal verschiebliche Lager eingeführt, um eine Symmetrieachse, also die Feldmitte eines symmetrischen Systems, zu simulieren.) Es sei noch darauf hingewiesen, dass auch bei der im *Bild 3* vorgegebenen Laststellung das Zuggewölbe der Krafteinleitung sehr deutlich zu erkennen ist.







*Bild 4:* Hauptspannungsverteilung eines Balkens mit Einzellast in Feldmitte

Aus der Literatur ist schon seit Langem bekannt, dass die gegenseitige Beeinflussung der  $D_e$ - und  $D_i$ -Bereiche wesentlich weiter reicht als bis zu einem Abstand der Kräfte von 2,5 · d. Besonders anschaulich wurde dieser Zusammenhang von *Kani* mit dem von ihm kreierten "Schubbruchtal" [9] dargestellt, das u. a. *Leonhardt* in [10] in die deutsche Fachliteratur einführte.

Im Weiteren wird nun mit Hilfe von vereinfachten Tragwerksmodellen untersucht, zu welchen Anteilen die Lasten über Biegung bzw. Sprengwerkswirkung abgetragen werden. Hierzu werden die erforderlichen Formänderungsarbeiten im Zustand I der jeweiligen Tragwirkungen abhängig vom Abstand a der Einzellast zum Auflager gegenübergestellt. Unter Annahme einer symmetrischen Belastung genügt dabei die Betrachtung des Bereichs vom Auflager bis zur Einzellast, da die Formänderungsarbeit zwischen den Einzellasten bei beiden Tragsystemen gleich groß ist. Die Formänderungsarbeit der inneren Kräfte ist folgendermaßen definiert:

$$W = -\int_{s} \int_{A} \frac{1}{2} \cdot \sigma \cdot \varepsilon \, dA \, ds$$
 (1)

Mit

 $\sigma = \mathsf{E} \cdot \varepsilon,$ 

und unter der Annahme konstanter, gleich großer Querschnittsflächen und eines konstanten E-Moduls wird daraus

$$W = \frac{1}{2 \cdot A \cdot E} \cdot \int_{s} F(s)^{2} ds$$
(2)

wobei das negative Vorzeichen hier vernachlässigt wurde, da das Vorzeichen bei den hier durchgeführten Untersuchungen keine Rolle spielt.

Für eine über die Länge s konstante Kraft F folgt somit:

$$W = \frac{1}{2 \cdot A \cdot E} \cdot F^2 \cdot 1$$
(3).

#### 2. Modell für die Sprengwerkstragwirkung

Bei einem Sprengwerk stellt sich der Kräfteverlauf modellhaft entsprechend *Bild 5* ein, wobei näherungsweise die Spannungen aus der Krafteinleitung vernachlässigt werden.





Aus dieser Geometrie ergibt sich für die Kräfte mit

$$m = \frac{a}{z}$$
(4)

$$C_s = F \cdot \sqrt{m^2 + 1} \tag{5}$$

und 
$$T_s = F \cdot m$$
 (6).

Für die Wirkungslängen dieser Kräfte gilt:

$$1_{\rm cs} = z \cdot \sqrt{m^2 + 1} \tag{7}$$

und 
$$1_{T_s} = z \cdot m$$
 (8).

Auf Grund des konstanten Verlaufs der Kräfte folgt unter der Annahme, dass die beiden Streben gleiche Querschnitte und - im Zustand I - gleiche, linearelastische Dehnsteifig-

keiten aufweisen, für die **Formänderungsarbeit bei Sprengwerkswirkung** analog *Glg.* (3):

$$W_{\text{Sprengwerk}} = \frac{1}{2 \cdot A \cdot E} \cdot \left( C_{\text{s}}^{2} \cdot 1_{\text{Cs}} + T_{\text{s}}^{2} \cdot 1_{\text{Ts}} \right)$$
(9).

Für die Wirkungsfläche der Zug- und Druckstrebe wird angenommen:

$$A = b_w \cdot \frac{n}{4}$$
 mit  $b_w = Stegbreite$   
 $\frac{h}{4} = Druckzonenhöhe$  (10).

Mit

 $z = \frac{2}{3} \cdot h$ 

folgt 
$$A = \frac{3}{8} \cdot b_w \cdot z$$
 (11).

Damit und durch Einsetzen der Gln. (5), (6), (7) und (8) in Glg. (9) ergibt sich:

$$W_{\text{Sprengwerk}} = \frac{4}{3 \cdot b_{w} \cdot z \cdot E} \cdot \left[ F^{2} \cdot \left( m^{2} + 1 \right) \cdot z \cdot \sqrt{m^{2} + 1} + F^{2} \cdot m^{2} \cdot z \cdot m \right]$$
(12)

und somit:

$$W_{\text{Sprengwerk}} = \frac{4 \cdot F^2}{3 \cdot b_w \cdot E} \cdot \left[ \left( m^2 + 1 \right) \cdot \sqrt{m^2 + 1} + m^3 \right]$$
(13).

# 3. Modell für die Biegetragwirkung

Für die Biegetragwirkung wird ein Kräfteverlauf entsprechend Bild 6 angenommen.



Bild 6: Modell für die Biegetragwirkung

Für den **D**<sub>e</sub>-**Bereich**, das heißt für den Bereich bis zum Abstand x = z vom Auflager, gilt mit der Annahme tan  $\alpha = 3/8$ , vgl. [1], näherungsweise:

$$T_{e} = F \cdot \sqrt{1 + \tan^{2} \alpha} = F \cdot \frac{\sqrt{73}}{8}$$
(14)

$$C_{e} = F \cdot \sqrt{2 - 2 \cdot \tan \alpha + \tan^{2} \alpha} = F \cdot \frac{\sqrt{89}}{8}$$
(15)

$$C_{v} = F \tag{16}$$

$$1_{\text{Te}} = z \cdot \sqrt{1 + \tan^2 \alpha} = z \cdot \frac{\sqrt{73}}{8}$$
(17)

$$1_{Ce} = z \cdot \sqrt{2 - 2 \cdot \tan \alpha + \tan^2 \alpha} = z \cdot \frac{\sqrt{89}}{8}$$
(18)

$$1_{Cv} = z \cdot \tan \alpha = z \cdot \frac{3}{8}$$
(19).

Mit den Gln. (14), (15), (16), (17), (18) und (19) sowie Ansatz der Strebenflächen nach Glg. (11) wird die Formänderungsarbeit im De-Bereich, wiederum unter der Annahme gleicher, linearelastischer Dehnsteifigkeiten im Zustand I, entsprechend Glg. (3) zu:

\_\_\_\_

\_

$$W_{D_{e}-Bereich} = \frac{4 \cdot F^{2}}{3 \cdot b_{w} \cdot E} \cdot \frac{73 \cdot \sqrt{73} + 89 \cdot \sqrt{89} + 24}{512}$$
(20).

Im **Biegebereich**, das heißt für x > z, nehmen die Biegezugkraft T<sub>B</sub> und die Biegedruckkraft C<sub>B</sub> entsprechend dem Momentenverlauf linear zu. Sie können über die Formel

$$C_{B}(x) = T_{B}(x) = \frac{M(x)}{z} = \frac{F}{z} \cdot x$$
(21)

ausgedrückt werden. Mit der oben angegebenen Annahme gleicher Dehnsteifigkeiten und gleicher Querschnittsfläche nach Glg. (11) wird ihre Formänderungsarbeit zu:

$$W_{CB} = W_{TB} = \frac{1}{2 \cdot A \cdot E} \cdot \int_{z}^{a} C_{B}(x)^{2} dx$$
  
$$= \frac{4}{3 \cdot b_{w} \cdot z \cdot E} \cdot \int_{z}^{a} \left(\frac{F}{z} \cdot x\right)^{2} dx$$
  
$$= \frac{4}{3 \cdot b_{w} \cdot E} \cdot \frac{F^{2}}{3 \cdot z^{3}} \cdot \left(a^{3} - z^{3}\right)$$
 (22).

Mit Glg. (4) folgt somit:

$$W_{CB} = W_{TB} = \frac{4 \cdot F^2}{3 \cdot b_w \cdot E} \cdot \frac{1}{3} \cdot \left(m^3 - 1\right)$$
(23).

Der Steg wird im Biegebereich in Folge des veränderlichen Momentenverlaufs von schrägen Zug- bzw. Druckstreben T<sub>w</sub> bzw. C<sub>w</sub> beansprucht. Bei Ansatz einer Strebenneigung von 45 ° und Umrechnung auf "laufende Meter" mit dem Faktor 1 / z ergeben sich die konstanten Kräfte:

$$C_{w}^{*} = T_{w}^{*} = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{2} \cdot F \cdot \frac{1}{z}$$
 (24).

Ihre Länge beträgt:

$$1_{Cw^*} = 1_{Tw^*} = \sqrt{2 \cdot z}$$
 (25).

Analog Glg. (3) folgt also für die Formänderungsarbeit pro Meter

$$W_{Cw^{*}}^{*} = W_{Tw^{*}}^{*} = \frac{1}{2 \cdot A_{Steg} \cdot E} \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot \sqrt{2} \cdot \frac{F}{z}\right)^{2} \cdot \sqrt{2} \cdot z$$
(26).

Die Wirkungsfläche A<sub>Steg</sub> der Streben ist bei Ansatz einer Neigung von 45°

$$A_{\text{Steg}} = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{2} \cdot 1 \cdot b_{\text{w}}$$
(27).

Für die Gesamtarbeit der Zug- bzw. Druckstreben im Wirkungsbereich (a - z) folgt somit:

$$W_{Cw^*} = W_{Tw^*} = \frac{1}{\sqrt{2} \cdot b_w \cdot E} \cdot \frac{1}{2} \cdot \sqrt{2} \frac{F^2}{z} \cdot (a - z)$$
(28).

Daraus wird mit Glg. (4):

$$W_{Cw^*} = W_{Tw^*} = \frac{4 \cdot F^2}{3 \cdot b_w \cdot E} \cdot \frac{3}{8} \cdot (m-1)$$
(29).

Für die gesamte Formänderungsarbeit bei Biegetragwirkung ergibt sich also:

$$W_{\text{Biegung}} = W_{\text{D}_{e}-\text{Bereich}} + W_{\text{CB}} + W_{\text{TB}} + W_{\text{Cw}^{*}} + W_{\text{Tw}^{*}}$$
(30).

Durch Einsetzen der Gln. (20), (23) und (29) erhält man:

$$W_{\text{Biegung}} = \frac{4 \cdot F^2}{3 \cdot b_w \cdot E} \cdot \left[ \frac{73 \cdot \sqrt{73} + 89 \cdot \sqrt{89} + 24}{512} + 2 \cdot \frac{1}{3} \cdot (m^3 - 1) + 2 \cdot \frac{3}{8} \cdot (m - 1) \right] \quad (31).$$

## 4. Minimum der Formänderungsarbeit

Da sich, um ein Minimum an Formänderungsarbeit zu erreichen, eine Mischform der beiden Tragwirkungen einstellen wird, wird im Weiteren der prozentuale Anteil der jeweiligen Tragwirkung gesucht. Dazu wird angenommen, dass der über Biegung abzutragende Anteil der Gesamtlast

$$\mathsf{F}_{\mathsf{Biegung}} = \beta \cdot \mathsf{F}_{\mathsf{Gesamt}} \tag{32}$$

ist. Damit wird der über Sprengwerkswirkung abzutragende Anteil zu:

$$F_{\text{Sprengwerk}} = (1 - \beta) \cdot F_{\text{Gesamt}}$$
(33).

Da die Kräfte bei der Berechnung der Formänderungsarbeit quadratisch eingehen, vergleiche *Glg. (13)* und *(31)*, gilt für die Gesamtarbeit:

$$W = \beta^{2} \cdot W_{\text{Biegung}} + (1 - \beta)^{2} \cdot W_{\text{Sprengwerk}}$$
(34).

Das Minimum der Formänderungsarbeit wird für dW / d $\beta$  = 0 erreicht. Es gilt:

$$\frac{dW}{d\beta} = 2 \cdot \beta \cdot W_{\text{Biegung}} - 2 \cdot W_{\text{Sprengwerk}} + 2 \cdot \beta \cdot W_{\text{Spengwerk}} = 0$$
(35)

und somit:

$$\beta = \frac{2 \cdot W_{\text{Sprengwerk}}}{2 \cdot W_{\text{Biegung}} + 2 \cdot W_{\text{Sprengwerk}}} = \frac{W_{\text{Sprengwerk}}}{W_{\text{Biegung}} + W_{\text{Sprengwerk}}}$$
(36).

Durch die hier getroffenen mathematischen Ansätze würde sich für einen Abstand der Einzellast von a = z noch Biegetragwirkung einstellen. Aus verschiedenen Versuchen und Bruchbildern in der Literatur muss man jedoch schließen, dass auflagernahe Lasten bis zu diesem Abstand ausschließlich über Sprengwerkswirkung abgetragen werden. Diese Erkenntnis lässt sich dadurch erklären, dass sich bei diesen geringen Abständen der Last die schrägen Zugspannungen aus der Zugzone nicht ausbilden können, die zur Umlenkung der Biegedruckkraft C<sub>B</sub> zum Auflager hin erforderlichen wären (siehe auch *Bild 7*).



*Bild 7:* Kräfteverläufe bei auflagernahen Einzellasten

Von a = z bis ca.  $a = 2,5 \cdot z$  wird sich also ein Übergangsbereich vom sprengwerkartigen Tragsystem hin zum gemischten Tragsystem einstellen. Deshalb wird die Sprengwerksarbeit mit einem Anpassungsfaktor k behaftet. Dieser Faktor muss folgende Bedingungen erfüllen:

$$\begin{array}{ll} \beta(z) = 0 & \Rightarrow & k(z) = 0 \\ \beta(2, 5 \cdot z) = \beta & \Rightarrow & k(2, 5 \cdot z) = 1 \end{array}$$

$$(37).$$

Da in der Funktion für die Arbeit  $\beta$  quadratisch vorkommt, wird für k die Funktion

$$\mathbf{k} = \mathbf{A} \cdot \sqrt{\mathbf{m}} + \mathbf{B} \tag{38}$$

mit m nach Glg. (4) gewählt. Aus Glg (37) folgt dann:

$$k(m=1) = 0 \implies B = -A$$
  

$$k(m=2,5) = 1 \implies A = \frac{1}{\sqrt{2,5} - 1}$$
(39)

und somit

$$k(m) = \frac{1}{\sqrt{2,5} - 1} \cdot \sqrt{m} - \frac{1}{\sqrt{2,5} - 1}$$
(40).

Für die Funktion für  $\beta$  folgt also:

$$\beta(m) = \begin{cases} \frac{k \cdot W_{\text{Sprengwerk}}}{W_{\text{Biegung}} + k \cdot W_{\text{Sprengwerk}}} & \text{für } 1 \le m \le 2,5 \\ \frac{W_{\text{Sprengwerk}}}{W_{\text{Biegung}} + W_{\text{Sprengwerk}}} & \text{für } m \ge 2,5 \end{cases}$$
(41).

Die somit zu ermittelnden anteiligen Tragmechanismen wurden für m = 1 bis m = 7 mit Hilfe eines Tabellenkalkulationsprogramms ermittelt. Im *Bild 8* ist der Anteil der Sprengwerkswirkung, d. h. die Funktion (1 -  $\beta$ ), mit und ohne Anpassungsfaktor k graphisch dargestellt. Zur Vervollständigung sind im *Bild 9* auch noch die erforderlichen Formänderungsarbeiten bei Biegetrag- und Sprengwerkswirkung, mit Anpassungsfaktor k, aufgezeigt. Dabei blieb der bei beiden Arbeitsgleichungen gleiche Term  $4 \cdot F^2 / (3 \cdot b_w \cdot E)$  unberücksichtigt.



*Bild 8*: Anteil der Sprengwerkswirkung zum Lastabtrag in  $D_{e-i}$ -Bereichen (Funktion (1 -  $\beta$ ))

Aus *Bild 8* geht hervor, dass der Anteil der Sprengwerkswirkung am Lastabtrag bis ca. m = 2,5 stark abnimmt - mit bedingt durch die Einführung des Anpassungsfaktors k. Der Knick bei m = 2,5 kommt aus dessen Einführung und ist mathematisch bedingt. Bei größer werdendem m nähert sich die Funktion - etwa bei m = 7 - asymptotisch dem Wert 0,25 an, was rein rechnerisch bedeutet, dass hier immer noch ein Viertel der Last über Sprengwerkswirkung abgetragen wird. Im *Bild 9* sieht man gut, dass die erforderliche Formänderungsarbeit bei Sprengwerkswirkung bei wachsendem m bedeutend schneller ansteigt als die bei Biegetragwirkung, was bestätigt, dass bei größeren Abständen der Einzellast vom Auflager auch ein größerer Anteil über Biegung abgetragen wird.



*Bild 9*: Formänderungsarbeiten in D<sub>e-i</sub>-Bereichen qualitativ (mit Anpassungsfaktor k)

Trotz der getroffenen Vereinfachungen kann die durchgeführte Untersuchung - in Übereinstimmung mit der Anschauung - als guter Beleg dafür gewertet werden, dass die Wirkung überlagerter Sprengwerke bei kleinen Abständen der Lasten vom Auflager sehr groß ist und mit zunehmenden Abständen bis etwa m = 7 immer kleiner wird. Die Tatsache, dass nach diesem Rechenmodell bei allen Systemen mit m > 7 immer ein Viertel der Last über Sprengwerkswirkung abgetragen wird, erscheint weniger plausibel. Allerdings ist dieser Teil des Ergebnisses ohnehin von geringer Aussagekraft für Stahlbetontragwerke, da bei größeren Werten von m damit zu rechnen ist, dass sich flach geneigte Druckstreben in Folge der Biegerisse nicht mehr ausbilden können und damit die Gültigkeit des vorliegenden Modells für den Zustand I für längere Tragwerke im Zustand II nicht mehr gegeben ist.

# 5. Vergleichende FE-Berechnungen

Zur Abrundung der Betrachtungen von auflagernahen Lasten im Zustand I wird der Verlauf der Hauptspannungen in Abhängigkeit vom Abstand der Einzellast zum Auflager dargestellt, zunächst im *Bild 10* für symmetrisch belastete Einfeldträger und zum Vergleich im *Bild 11* für Durchlaufträger. Wie zuvor werden zur Verringerung des Rechenaufwandes in Feldmitte (rechts) jeweils die Lagerbedingungen für Symmetrieachsen eingeführt. Um mit diesem System ein Innenfeld eines Durchlaufträgers zu simulieren, wird im *Bild 11* auch links im Auflagerbereich die Symmetriebedingung eingeführt.



Einzellasten auf frei drehbar gelagertem Einfeldträger für m = 1 bis 5 (halbes System)



*Bild 11:* Einzellasten auf Durchlaufträger für m = 1 bis 5 (halbes System)

Im *Bild 10* ist allein schon grafisch gut zu erkennen, wie die Ausbildung der direkten Druckstrebe von der Lasteinleitung zum Auflager mit zunehmendem Abstand der Last immer mehr hinter dem Spannungszustand aus der Biegung zurücktritt. Dennoch ist in allen dargestellten Fällen - also von m = 1 bis m = 5 - die direkte Druckstrebe mehr oder - mit zunehmendem m - weniger deutlich zu erkennen. Als Orientierungshilfe wurde in den einzelnen Teilbildern jeweils die Verbindungslinie von der Last zum Auflager gestrichelt eingetragen. Diese Rechenergebnisse stehen also auch in qualitativem Einklang mit dem zuvor entwickelten Rechenmodell.

Auf Grund der zwischen den Einzellasten und den Zwischenauflagern vorhandenen Momentennullpunkten stellen sich für Einzellasten in der Nähe von innen liegenden Auflagern deutlich andere Spannungszustände ein als bei Einzellasten in der Nähe von Endauflagern.

Bei Einzellasten in der Nähe von Innenstützen ist gemäß *Bild 11* nur für m = 1 eine direkte Druckstrebe von der Lasteinleitung zum Auflager zu erkennen. In allen anderen Fällen wird die Kraft gleichfalls immer über eine unter 45 ° geneigte Druckstrebe eingeleitet (vgl. die gestrichelte Hilfslinie). Im Bereich des unteren Randes wird diese Druckstrebe von einer Zugstrebe gehalten, die schräg nach oben in Richtung Auflager verläuft und in ein Zuggewölbe übergeht, das das Auflager überspannt. (Die eingeführte Symmetriebedingung impliziert, dass links vom linken Auflager gleichfalls eine gleich große Last eingeleitet wird, so dass das Zuggewölbe im betrachteten Fall symmetrisch über dem Auflager verläuft.)

Im *Bild 11* ist durch die dünnen lotrechten Linien die jeweilige Lage des Momentennullpunktes gekennzeichnet. Es ist leicht zu erkennen, dass, je nach seiner Lage in Bezug auf die lasteinleitende Druckstrebe, im Bereich des Momentennullpunktes immer wieder andere Spannungszustände entstehen, wobei keiner der Biegetheorie entspricht.

Dieses aus dem Bild 11 abgeleitete Tragverhalten ist schematisch im Bild 12 dargestellt.



Bild 12: Tragverhalten für Einzellasten in der Nähe von Innenstützen

# 6. Zusammenfassung

Die hier durchgeführten Untersuchungen zeigen analytisch und numerisch, dass sich bei auflagernahen Einzellasten sprengwerkartige Tragwirkungen einstellen, die für Stahlbetontragwerke deutlich günstigere Beanspruchungen darstellen als eine reine Biegebeanspruchung. Es konnte weiterhin gezeigt werden, dass sich diese günstigere Tragwirkung auch für Einzellasten in einem Abstand a > 2,5 · d vom Auflager bemerkbar macht. Eine besondere Bedeutung erhält dieser Umstand dadurch, dass diese günstigere Tragwirkung in vielen Versuchsauswertungen nicht berücksichtigt wurde. Wenn entsprechende Versuchsergebnisse dann als allgemein gültig auch auf B-Bereiche bezogen werden, so können derartige Interpretationen erheblich vom tatsächlichen Tragverhalten abweichen. In solchen Fällen würden Lasten oder Lastanteile, die direkt über Druckstreben in die Auflager geleitet werden, möglicherweise als überhöhtes Tragvermögen der Stege im Biegebereich fehlinterpretiert.

Das Ergebnis der theoretischen Berechnung, dass bei allen Systemen mit m > 7 immer ein Viertel der Last über Sprengwerkswirkung abgetragen wird, erscheint, wie bereits beschrieben, weniger plausibel. Allerdings ist, wie schon dargestellt, dieser Teil des Ergebnisses ohnehin von geringer Aussagekraft für Stahlbetontragwerke, da bei größeren Werten von m damit zu rechnen ist, dass sich flach geneigte Druckstreben auf Grund der Biegerisse im Zustand II nicht mehr ausbilden können.

#### Literatur

- [1] Rojek, R.: Zum Tragverhalten von Stahlbetontragwerken ohne Stegbewehrung im Bereich frei drehbarer Endauflager. Forschungsbericht 2009 der Hochschule Augsburg.
- Rojek, R.: Zum Tragverhalten von Stahlbetontragwerken im Krafteinleitungsbereich von Einzellasten.
   Forschungsbericht 2009 der Hochschule Augsburg.
- [3] Rojek, R.: Zur Rissentwicklung und neuartige Tragmodelle von Stahlbetontragwerken ohne Stegbewehrung unter Einzellasten. Forschungsbericht 2009 der Hochschule Augsburg.
- [4] Rojek, R.: Zur Rissentwicklung in Biegebereichen von Stahlbetontragwerken ohne Stegbewehrung.
   Forschungsbericht 2009 der Hochschule Augsburg.
- [5] Rojek, R.: Ein Tragmodell f
  ür die erste Stegrissstufe in Stahlbetontragwerken ohne Stegbewehrung.
   Forschungsbericht 2009 der Hochschule Augsburg.
- [6] Rojek, R.: Ein Tragmodell f
  ür die sechste Stegrissstufe in Stahlbetontragwerken ohne Stegbewehrung.
   Forschungsbericht 2009 der Hochschule Augsburg.
- [7] Rojek, R.: Ein Tragmodell f
  ür die siebte Stegrissstufe in Stahlbetontragwerken ohne Stegbewehrung.
   Forschungsbericht 2009 der Hochschule Augsburg.
- [8] DIN 1045-1, Tragwerke aus Beton, Stahlbeton und Spannbeton; Teil 1: Bemessung und Konstruktion; Ausgabe Juli 2001.
- [9] Kani, G.: Basic facts concerning shear failure. ACI Journal 64 (1966), No. 6, p. 675 – 692.
- [10] Leonhardt, F.: Schub bei Stahlbeton und Spannbeton Grundlagen der neueren Schubbemessung. Beton- und Stahlbetonbau, Heft 11/1977, S. 270 - 277 und Heft 12/1977, S. 295 - 302.